

In breve

Coordinate dell'end-effector  $P_E$ :

$$\begin{cases} P_{E_x} = l_1 c_1 + l_2 c_{12} \\ P_{E_y} = l_1 s_1 + l_2 s_{12} \end{cases}$$

Il sistema è planare, ergo ci interessano solo le velocità traslazionali in x e y; ne segue che lo Jacobiano può calcolarsi indifferentemente come geometrico o analitico.

Jacobiano dell'end-effector  $J_E$ :

$$J_E = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_{E_x}}{\partial q_1} & \frac{\partial P_{E_x}}{\partial q_2} \\ \frac{\partial P_{E_y}}{\partial q_1} & \frac{\partial P_{E_y}}{\partial q_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l_1 s_1 - l_2 s_{12} & -l_2 s_{12} \\ l_1 c_1 + l_2 c_{12} & l_2 c_{12} \end{bmatrix}$$

Coordinate di  $P_B$ - $P_D$ :

$$\begin{cases} P_{B_x} - P_{D_x} = l_1 c_1 + b c_{12} + d \\ P_{B_y} - P_{D_y} = l_1 s_1 + b s_{12} \end{cases}$$

Calcolo di  $\lambda$ :

$$\lambda = \|\vec{P}_B - \vec{P}_D\| = \|v\| = \sqrt{v \cdot v}$$

Calcolo di  $J_\lambda$ :

$$J_\lambda = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial q_1} & \frac{\partial \lambda}{\partial q_2} \end{bmatrix}, \text{ con } \frac{\partial \lambda}{\partial q_i} = \frac{1}{\lambda} v \cdot \frac{\partial v}{\partial q_i}$$

Lavoro compiuto dalle coppie ai giunti  $dW_\tau = \tau \cdot dq = \tau^t dq$

Lavoro compiuto dal muscolo  $dW_f = f \cdot d\lambda = f^t d\lambda = f d\lambda$  poiché  $f$  e  $d\lambda$  sono scalari.

Per il principio dei lavori virtuali e ricordando che  $\tau = J_E^t F$  segue:

$$dW_\tau = dW_f \Rightarrow F^t J_E dq = f d\lambda = f J_\lambda dq \Rightarrow F = J_E^{-t} J_\lambda^t f$$

La funzione  $h$  cercata risulta dunque pari a  $h(q) = J_E^{-t} J_\lambda^t$