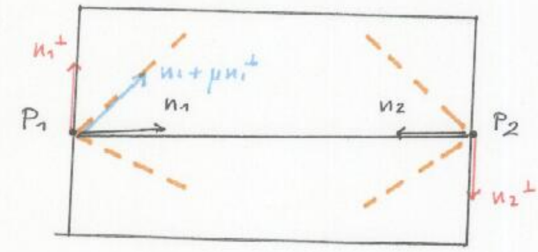
25 May 201
NORI

- Dato un oggetto di una qualsivoglia forma, se abbiamo 2 PUNTI di CONTATTO CON ATTRITO P_1 e P_2, caratterizziamo i coni di attrito, una CONDIZIONE NECESSARIA e SUFF. per AVERE FORCE CLOSURE è che la CONGIUNGENTE di P_1 e P_2 stia dentro i CONI DI ATTRITO.



DESCRIZIONE ANALITICA:

Si definiscono n_1 la normale alla superficie di contatto e $n_1^\perp$ la parallela alla superficie tale che:

$$n_1 \times n_1^\perp = +1$$

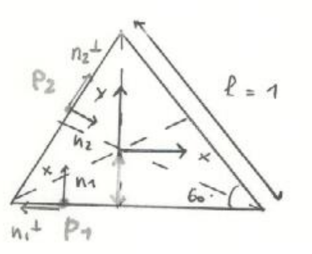
(*)

$$\begin{array}{ll} A & \\ B & \\ C & \\ D & \end{array}\left\{\begin{array}{l} (n_1 - \mu n_1^\perp) \times (P_2 - P_1) > 0 \\ (n_1 + \mu n_1^\perp) \times (P_2 - P_1) < 0 \\ (n_2 - \mu n_2^\perp) \times (P_1 - P_2) > 0 \\ (n_2 + \mu n_2^\perp) \times (P_1 - P_2) < 0 \end{array}\right.$$

$$a \times b = \det\begin{bmatrix} a & b \end{bmatrix}$$

$\times$ = Prodotto vettore dando per scontato che le altre componenti siano zero

• ESEMPIO: TRIANGOLO EQUILATERO



$\longmapsto$ STABILIRE le POSIZIONI di P_1 e P_2 che RENDONO FORCE CLOSURE IL GRASPING:

- $\mu = 1$
- Cono di ATTRITO $45°$

$$n_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad n_1^\perp = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \longrightarrow$$ Lo determino con la regola della mano dx

$$n_2 = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}, \quad n_2^\perp = \begin{bmatrix} 1/2 \\ \sqrt{3}/2 \end{bmatrix}$$

Usiamo il PARAMETRO P_1:

- Coordinata y ampiezza $\updownarrow$

$$x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \implies x \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} + t_1 \\ -\frac{\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix}, \quad t_1 \in [0, 1]$$

$$p_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix} + t_2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{t_2 - 1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 - \frac{\sqrt{3}}{6} \end{bmatrix} , \quad t_2 \in [0, 1]$$

- scriviamo le condizioni (*) e le mettiamo a sistema:

- $A: \quad \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} \frac{t_2 - \cancel{1}}{2} + \frac{\cancel{1}}{2} - \frac{t_1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 - \frac{\sqrt{3}}{6} + \frac{\sqrt{3}}{6} \end{pmatrix}$

$$p_2 - p_1 = \begin{bmatrix} \frac{t_2}{2} - t_1 \\ \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 \end{bmatrix}$$

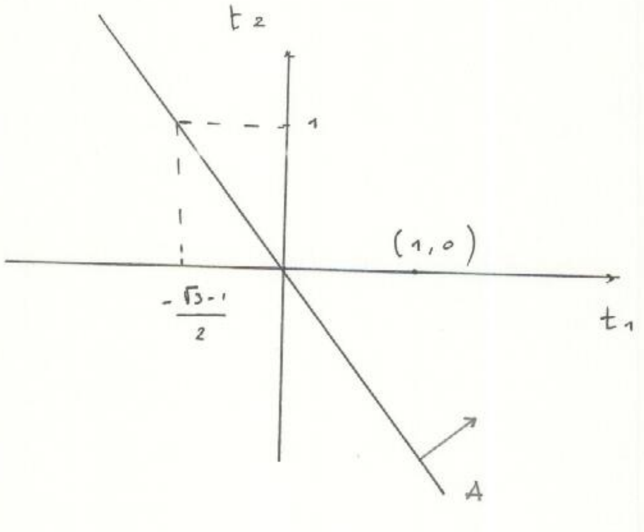
$$\det \begin{bmatrix} 1 & \frac{t_2}{2} - t_1 \\ 1 & \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 \end{bmatrix} = \frac{\sqrt{3}}{2} t_2 + \frac{t_1 - t_2}{2}$$

<u>nota</u>: se ho 2 vettori : PRODOTTO VETTORE

$$v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} w_x \\ w_y \\ w_z \end{bmatrix} \Longrightarrow v \times w = \begin{bmatrix} e_x & e_y & e_z \\ v_x & v_y & v_z \\ w_x & w_y & w_z \end{bmatrix} =$$

$$= e_x \left(v_y w_z - w_y v_z \right) - e_y \left(v_x w_z - w_x v_z \right) + e_z \left(v_x w_y - w_x v_y \right)$$

- visualizziamo la CONDIZIONE A :

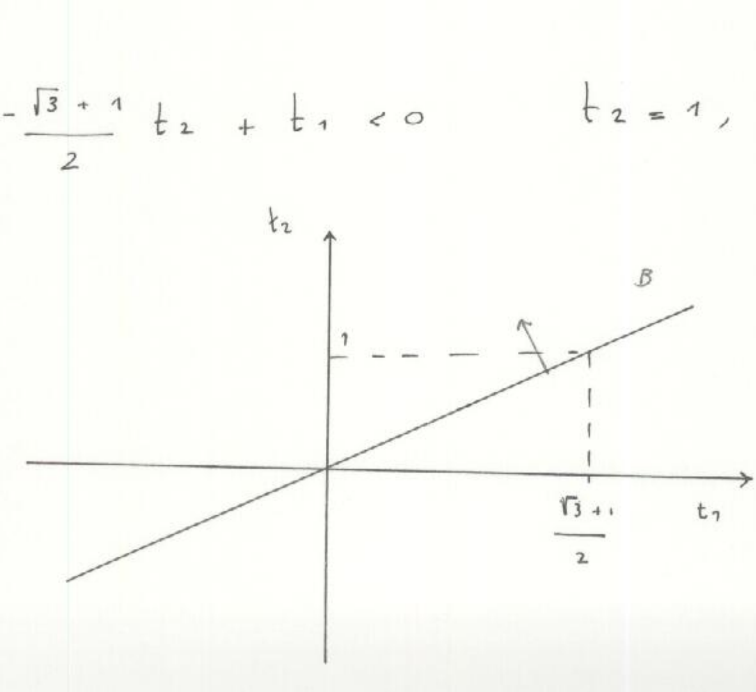


$\cancel{t_2} = \cancel{1} \longrightarrow \cancel{\frac{\sqrt{3}}{2}} - \cancel{\frac{1}{2}} - \cancel{\frac{t_1}{2}} = 0 \qquad \cancel{t_1} = \cancel{-1} + \sqrt{3}$

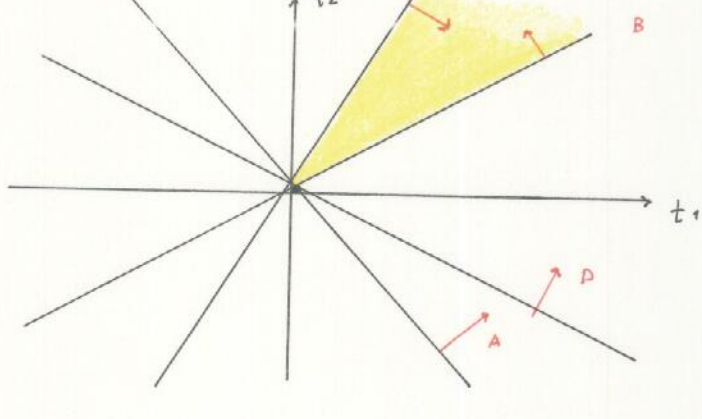
$t_2 = 1 \longrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} + t_1 - \frac{1}{2} = 0, \quad t_1 = \frac{-\sqrt{3}+1}{2}$

$\hookrightarrow$ La retta = 0 divide il piano in 2 parti, per vedere se il semipiano soddisfa la relazione, prendo un punto a caso e vedo se soddisfa la relazione (in questo caso semipiano a dx)

- B : $-\frac{\sqrt{3}+1}{2} t_2 + t_1 < 0 \qquad t_2 = 1, \ t_1 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$



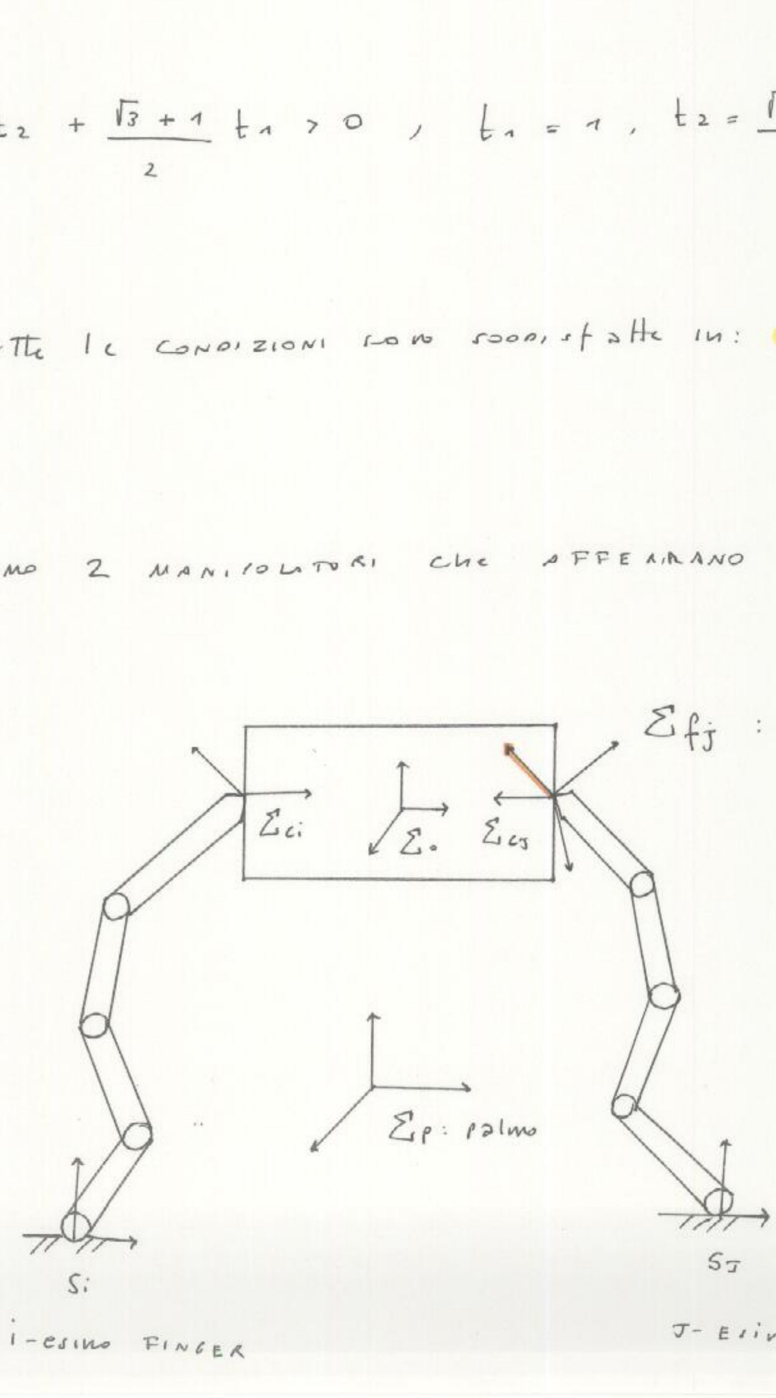
- D: $-t_2 - \frac{\sqrt{3}-1}{2} t_1 < 0$, $t_1 = 1$. $t_2 = -\frac{\sqrt{3}-1}{2}$



- C: $-t_2 + \frac{\sqrt{3}+1}{2} t_1 > 0$, $t_1 = 1$, $t_2 = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$

$\Longrightarrow$ tutte le condizioni sono soddisfatte in:

- DESCRIVIAMO 2 MANIPOLATORI CHE AFFERRANO UN OGGETTO :



Σ_{f_j} : sistema di riferimento associato al j-esimo dito con asse concorde alla direzione del dito —

Σ_{f_j}, Σ_p e Σ_{c_i} : solidali al palmo

- Σ_P : SOLIDALE al PALMO
- Σ_{f_i} : solidale all' i-esimo dito
- Σ_{S_i} : BASE i-ESIMO DITO

FISSI TRA di LORO

- Σ_{c_i} : SOLIDALE i-ESIMO CONTATTO
- Σ_o : SOLIDALE all' OGGETTO

FISSI TRA di LORO

$V_{f_i c_i}^B$ = velocità generalizzata che descrive la velocità di Σ_{f_i} rispetto a Σ_{c_i}

$$= \begin{bmatrix} v_{f_i c_i}^B \\ \omega_{f_i c_i}^B \end{bmatrix}$$

Per un punto di contatto senza attrito la velocità lungo la direzione delle forze di CONTATTO è NULLA

La velocità lungo l'asse Z per un punto di contatto senza attrito:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B_{c_i}^T \text{: contatti senza attrito}} V_{f c_i}^B = 0$$

In generale le direzioni delle forze ammissibili sono state descritte con la matrice B_{c_i}

$$\boxed{B_{c_i}^T \cdot V_{f_i c_i}^B = 0} \xRightarrow{(\blacktriangle)} \boxed{J_R(q, x_o) \cdot \dot{q}_f = G^T V_{po}^B}$$

Se l'ambiente mi restituisce una F lungo una certa direzione, lungo quella direzione il movimento non è ammissibile e la $\bar{v}$ deve essere nulla!

. PER ESEGUIRE IL PASSAGGIO $(\blacktriangle)$, mi servono:

$$\boxed{V_{ac}^{B} = \left[Ad_{T_{bc}} \right]^{-1} \cdot V_{ab}^{B} + V_{bc}^{B}} \quad ,$$

scrivo questa con:

$a = f_i$
$b = p$
$c = c_i$

$$Ad_{T_{bc}} = \begin{bmatrix} R_{bc} & S(o_b^c) R_{bc} \\ 0 & R_{bc} \end{bmatrix}$$

$$V_{ab}^{B} = - Ad_{T_{ba}} V_{ba}^{B}$$

$$Ad_{T_{ab} T_{bc}} = Ad_{T_{ab}} \cdot Ad_{T_{bc}} = Ad_{T_{ac}}$$

riscrivo la velocità passando dal sistema di riferimento P

$$V_{f_i c_i}^{B} = \left[Ad_{T_{p c_i}} \right]^{-1} \underbrace{V_{f_i p}}_{\bullet} + \underbrace{V_{p c_i}^{B}}_{\bullet}$$

[PAG. SUCCESSIVA!]

$$V_{f_i p}^{B} = \left[Ad_{T_{s_i p}} \right]^{-1} V_{f_i s_i}^{B} + \cancel{V_{s_i p}^{B}}$$

$a = f_i, \quad b = s_i, \quad c = p$

$$\left[Ad_{T_{ab}} \right]^{-1} = Ad_{T_{ba}}$$

- $V_{f_i p}^{B} = [Ad_{T_{s_i p}}]^{-1} V_{f_i s_i}^{B} + V_{s_i p}^{B}$

$$= [Ad_{T_{s_i p}}]^{-1} \cdot Ad_{T_{s_i f_i}} \cdot V_{s_i f_i}^{B}$$

$$= [Ad_{T_{p s_i}}] \cdot Ad_{T_{s_i f_i}} \cdot V_{s_i f_i}^{B} =$$

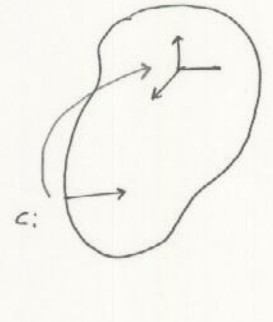
$$= - Ad_{T_{p f_i}} \cdot \underbrace{V_{s_i f_i}^{B}}_{J}$$

- $V_{p c_i}^{B} = [Ad_{T_{o c_i}}]^{-1} V_{p o}^{B} + \cancel{V_{o c_i}^{B}}$

$\longrightarrow$ sostituiamo :

$$V_{f_i c_i}^{B} = [Ad_{T_{p c_i}}]^{-1} Ad_{T_{p f_i}} V_{s_i f_i}^{B} + [Ad_{T_{o c_i}}]^{-1} V_{p o}^{B}$$

$$B_{c_i}^{T} [Ad_{T_{p c_i}}]^{-1} Ad_{T_{p f_i}} V_{s_i f_i}^{B} = \underbrace{B_{c_i}^{T} [Ad_{T_{o c_i}}]^{-1}}_{G_{c_i}^{T}} V_{p o}^{B}$$



$$V_{s_i f_i}^{B} = \begin{bmatrix} R_{s_i f_i}^{T} & 0 \\ 0 & R_{s_i f_i}^{T} \end{bmatrix} \underbrace{V_{s_i f_i}}_{J(q_{f_i})\dot{q}_{f_i}}$$

$J(q_{f_i})\dot{q}_{f_i}$ = velocità dell'End effector rispetto alla sua base

$$= \begin{bmatrix} R_{s_i f_i}^{T} & 0 \\ 0 & R_{s_i f_i}^{T} \end{bmatrix} \cdot J(q_{f_i})\dot{q}_{f_i} =$$

$$= \left[Ad_{T_{s_i f_i}} \right]^{-1} \underbrace{Ad_{T_{s_i f_i}} \cdot \begin{bmatrix} R_{s_i f_i} & 0 \\ 0 & R_{s_i f_i}^{T} \end{bmatrix} J(q_{f_i})}_{J_{s_i f_i}^{s}(q_{f_i})} \dot{q}_{f_i}$$

$$B_{c_i}^{T} \underbrace{\left[Ad_{T_{p c_i}} \right]^{-1} Ad_{T_{p f_i}} \cdot \left[Ad_{T_{s_i f_i}} \right]^{-1}}_{(*)} \cdot J_{s_i f_i}^{s}(q_{f_i})\dot{q}_{f_i} =$$

$$= G_{c_i}^{T} V_{po}^{B}$$

$$(*) = \left[Ad_{T_{s_i c_i}} \right]^{-1}$$

$$Ad_{T_{c_i p}} \cdot Ad_{T_{p f_i}} \cdot Ad_{T_{f_i s_i}} = Ad_{T_{c_i s_i}} = \left[Ad_{T_{s_i c_i}} \right]^{-1}$$

$$B_{c_i}^{T} \left[Ad_{T_{s_i c_i}} \right]^{-1} J_{s_i f_i}^{s}(q_{f_i})\dot{q}_{f_i} = G_{c_i}^{T} V_{po}^{B}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} B_{c_1}^T \left[Ad\, T_{s_1 c_1} \right]^{-1} J_{s_1 f_1}^{s} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \cdots & & B_{c_k}^T \left[Ad\, T_{s_k c_k} \right]^{-1} \cdot J_{s_k f_k} \end{bmatrix}}_{J_R(q_f,\, x_o)} \underbrace{\begin{bmatrix} \dot{q}_{f_1} \\ \vdots \\ \dot{q}_{f_k} \end{bmatrix}}_{\dot{q}_f} = \underbrace{\begin{bmatrix} G_{c_1} \\ \vdots \\ G_{c_k}^T \end{bmatrix}}_{G^T} \underbrace{V_{po}^{B}}_{\dot{x}_o}$$

Coordinate posizione oggetto

$$B_{ci} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{punto contatto senza attrito}$$

$$G_{ci} = \begin{bmatrix} n_{ci} \\ p_{ci} \times n_{ci} \end{bmatrix}$$